



مرکز آموزشی مرات

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

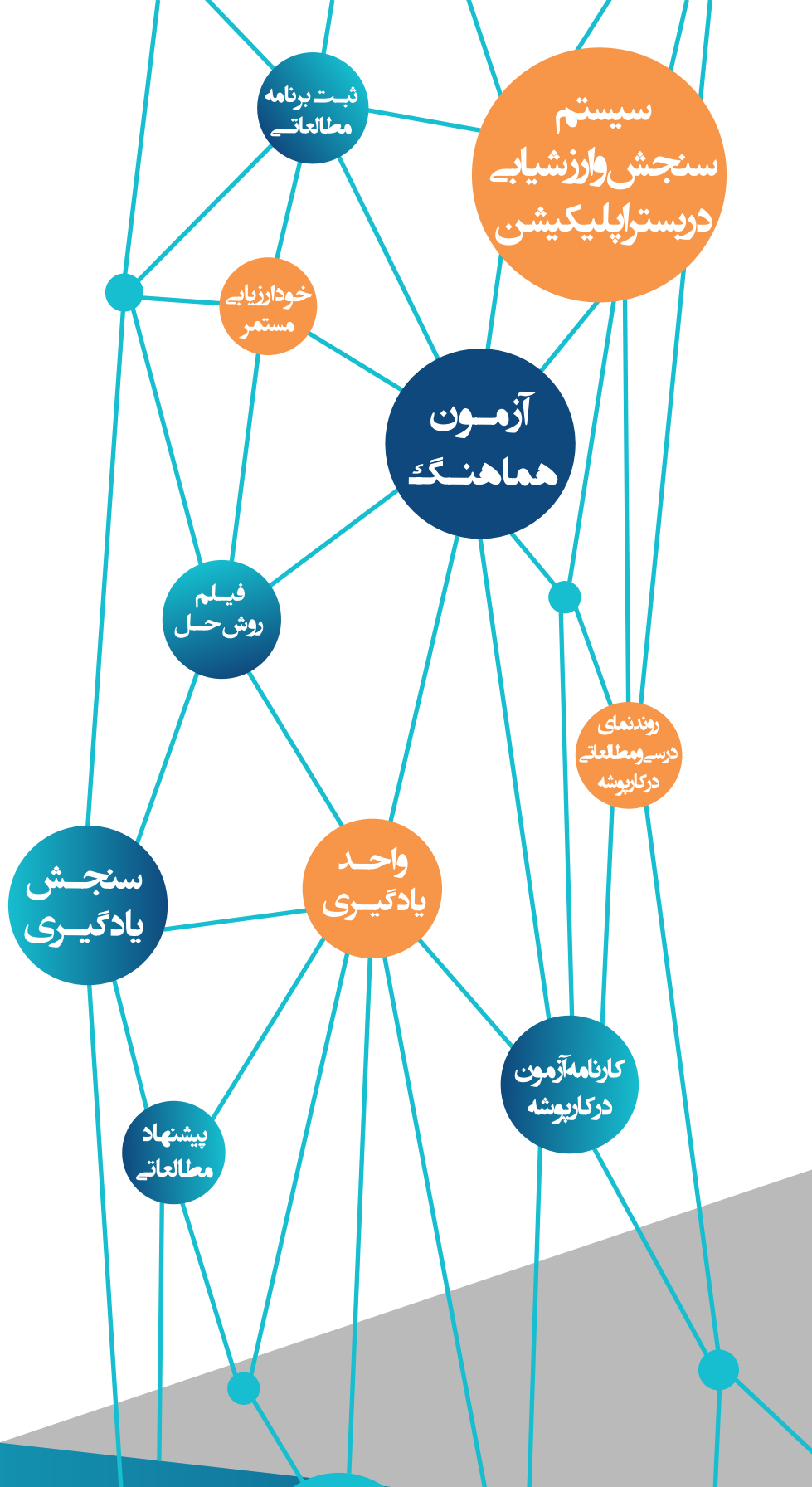
آزمون

هماهنگ

دفترچه سوال و پاسخ
یازدهم ریاضی

شماره

۴



ردیف	مواد آزمون	تعداد سوال	محتوای آزمون
۱	حسابان	۱۵	فصل ۲ (درس‌های ۲ تا ۴)، فصل ۳ و فصل ۴ (درس‌های ۱ تا ۳)
۲	هندسه	۱۰	فصل ۲
۳	آمار و احتمال	۱۰	فصل ۲
۴	فیزیک	۲۰	فصل ۱ (از ابتدای خازن تا پایان فصل)، فصل ۲ و فصل ۳ (تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی)
۵	شیمی	۱۵	فصل ۲ (تا ابتدای غذای سالم)

درس‌خواندن هدفمند



با اپلیکیشن مرات
meraati.ir



کیفیت‌بخشی آموزش مدرسه

پاسخ

۱. کدام یک از روابط زیر به ازای تمامی مقادیر θ درست است؟

① $\sin(\pi + \theta) = \sin\pi + \sin\theta$

② $\cos(\pi + \theta) = \cos\pi + \cos\theta$

③ $\tan(\pi + \theta) = \tan\pi + \tan\theta$

④ $\cot(\pi + \theta) = \cot\pi + \cot\theta$

۳

میدانید

اگر α زاویه دلخواه باشد، داریم:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha,$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha, \quad \cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha$$

به بررسی هر کدام از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$$

$$\sin\pi + \sin\theta = 0 + \sin\theta = \sin\theta \quad \times$$

گزینه «۲»:

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$$

$$\cos\pi + \cos\theta = -1 + \cos\theta \quad \times$$

گزینه «۳»:

$$\tan(\pi + \theta) = \tan\theta$$

$$\tan\pi + \tan\theta = 0 + \tan\theta = \tan\theta \quad \checkmark$$

گزینه «۴»:

$$\cot(\pi + \theta) = \cot\theta$$

$$\cot\pi = \text{تعریف نشده} \quad \times$$

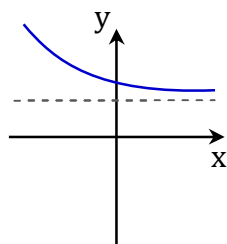
بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

فیلم پاسخ

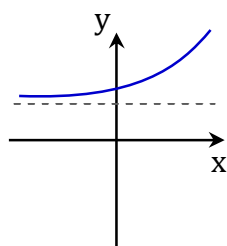


۲. نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$ در کدام گزینه به درستی

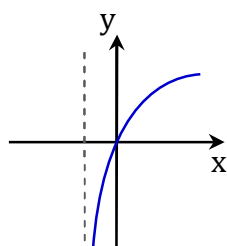
رسم شده است؟



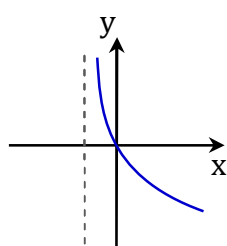
۱



۲



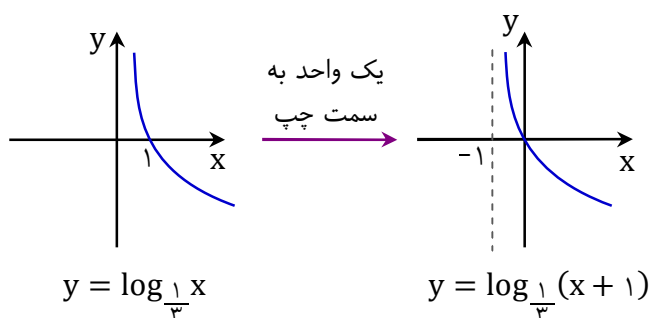
۳



۴

پاسخ

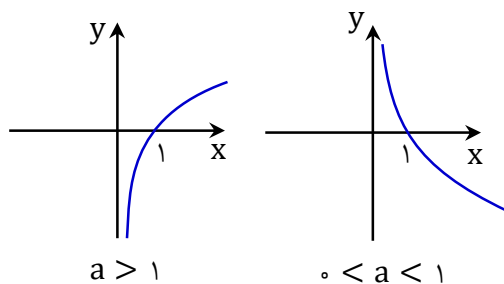
۴ با توجه به نمودار تابع لگاریتمی در حالتی که پایه بین صفر و یک است، نمودار مورد نظر را رسم می‌کنیم:



فیلم پاسخ



میدانید

نمودار تابع $y = \log_a x$ به صورت زیر است.

۳. مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} < \frac{1}{128}$ کدام است؟

۱) $x < 6$

۲) $x > 6$

۳) $x > 3$

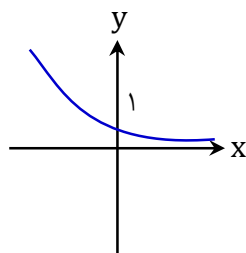
۴) $x < 3$

پاسخ

۲

میدانید

نمودار تابع نمایی $y = a^x$ در حالت $0 < a < 1$ به صورت زیر است:



ابتدا دو طرف نامعادله را با پایه‌های یکسان می‌نویسیم:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} < \frac{1}{128} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} < \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

با توجه به اینکه $0 < \frac{1}{2} < 1$ و نمودار تابع نمایی در حالتی که پایه‌اش بین صفر و یک است تابعی نزولی است، پس هر چه توان بیشتر باشد، مقدار تابع کمتر است، پس:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} < \left(\frac{1}{2}\right)^7 \Rightarrow 2x - 5 > 7$$

$$\Rightarrow 2x > 12 \Rightarrow x > 6$$

بدانید

برای حل نامعادلات نمایی می‌توانیم از رابطه‌های زیر استفاده کنیم:

$$a^x > a^y \xrightarrow{a>1} x > y$$

$$a^x > a^y \xrightarrow{0<a<1} x < y$$

فیلم پاسخ



۴. در کدام یک از روابط زیر y تابعی از x است؟

① $x^2 + y^2 = 9$

② $x^2 - y^2 = 9$

③ $x + |y| = 5$

④ $|x| + y = 5$

پاسخ

۴

میدانید

هر رابطه هنگامی تابع است که به ازای هر x ، فقط یک y به دست بیاید. برای تابع نبودن گزینه‌های «۱» تا «۳»، مثال نقض می‌زنیم، یعنی دو زوج مرتب متمایز با مؤلفه اول یکسان پیدا می‌کنیم که در معادله داده شده صدق می‌کنند.

گزینه «۱»:

$$x = 0 \Rightarrow 0 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3 \Rightarrow (0, 3), (0, -3) \times$$

گزینه «۲»:

$$x = 5 \Rightarrow 25 - y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4$$

$$\Rightarrow (5, 4), (5, -4) \times$$

گزینه «۳»:

$$x = 0 \Rightarrow 0 + |y| = 5 \Rightarrow y = \pm 5$$

$$\Rightarrow (0, 5), (0, -5) \times$$

بنابراین فقط گزینه «۴» یک تابع است و می‌توان ضابطه صریح آن را به صورت $y = 5 - |x|$ نوشت.

فیلم پاسخ



$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 1 & x > 4 \\ 3x - 1 & x \leq 4 \end{cases} \text{ و } f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x \geq 3 \\ 7 - 5x & x < 3 \end{cases} \text{ اگر } 5$$

مقدار $(fog)(5) + (gof)(3)$ کدام است؟

۳۸ ①

۲۷ ②

۲۰ ③

۱۸ ④

پاسخ

۱

میدانید

ترکیب دو تابع f و g به صورت‌های زیر تعریف می‌شوند:

$$(fog)(a) = f(g(a))$$

$$(gof)(a) = g(f(a))$$

با توجه به تعریف ترکیب توابع، مقدارهای خواسته شده را محاسبه می‌کنیم و از آن‌جا که توابع f و g دو ضابطه‌ای هستند، به محدوده‌ها توجه می‌کنیم:

$$(fog)(5) = f(g(5)) \xrightarrow{5 > 4} f(25 - 6 \times 5 + 1)$$

$$= f(-4) \xrightarrow{-4 < 3} 7 - 5(-4) = 27$$

$$(gof)(3) = g(f(3)) \xrightarrow{3 \geq 3} g(2 \times 3 - 2) = g(4)$$

$$\xrightarrow{4 \leq 4} 3 \times 4 - 1 = 11$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$(fog)(5) + (gof)(3) = 27 + 11 = 38$$

فیلم پاسخ



۶ با محدود کردن دامنه تابع $y = -|4 - x| + 3$ به کدام یک از بازه‌های زیر، تابعی یک به یک به دست می‌آید؟

① $(-\infty, 5)$

② $[3, +\infty)$

③ $[3, 5]$

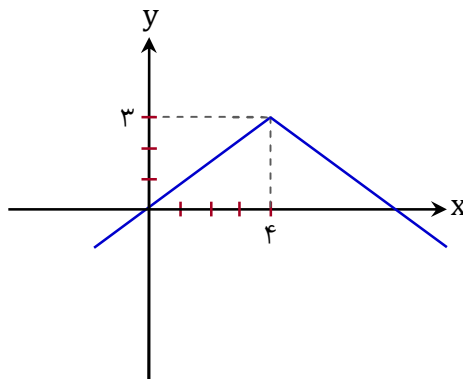
④ $[5, +\infty)$

پاسخ

۴ اگر تابعی یک به یک باشد، هر خط افقی نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

به وسیله دو ضابطه‌ای نوشتن این تابع قدرمطلق، نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$y = -|4 - x| + 3 = \begin{cases} 7 - x & x \geq 4 \\ x - 1 & x < 4 \end{cases}$$



نمودار تابع به دست آمده در بازه $(-\infty, 4]$ یا $[4, +\infty)$ و هر کدام از زیر مجموعه‌های آن یک به یک است. پس اگر دامنه تابع را به بازه $[5, +\infty)$ محدود کنیم، تابعی یک به یک به دست می‌آید.

فیلم پاسخ





۷. اگر f^{-1} وارون تابع $f(x) = 2x^2 - 12x + 1; x \geq 3$ باشد، مقدار $f^{-1}(-9)$ کدام است؟

- ۱ (۱)
۵ (۲)
۶ (۳)
۴ (۴)

پاسخ

۲

میدانید

اگر در تابع وارون پذیر f ، بدانیم $f(a) = b$ آن گاه $f^{-1}(b) = a$.
اگر $f^{-1}(-9)$ را برابر a در نظر بگیریم، پس $f(a) = -9$ ، بنابراین
برای یافتن a معادله $f(a) = -9$ را حل می‌کنیم:

$$2a^2 - 12a + 1 = -9 \Rightarrow 2a^2 - 12a + 10 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a - 5)(a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 1 \text{ یا } 5$$

با توجه به دامنه تابع یعنی $x \geq 3$ ، فقط جواب $a = 5$ قابل قبول است.

۸ دو تابع $f = \{(1, 0), (2, -2), (3, 5), (4, -4)\}$ و

$g = \{(0, 10), (1, -1), (2, 4), (3, -5)\}$ را در نظر بگیرید.

مجموع اعضای برد تابع $\frac{(f+g)}{(f+g) \times g}$ کدام است؟

۱) $-0/95$

۲) $-0/85$

۳) $-0/75$

۴) $-0/65$

پاسخ

۳

میدانید

اگر f و g دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، اعمال زیر بین توابع تعریف می‌شود:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

ابتدا تابع $h = f + g$ را پیدا می‌کنیم:

$$h = f + g = \{(1, -1), (2, 2), (3, 0)\}$$

اکنون تابع $k = h \times g$ را پیدا می‌کنیم:

$$k = h \times g = \{(1, 1), (2, 8), (3, 0)\}$$

بنابراین تابع خواسته شده برابر است با:

$$\frac{f+g}{(f+g) \times g} = \frac{h}{k} = \{(1, -1), (2, \frac{1}{4})\}$$

توجه کنید ۳ در دامنه تابع قرار ندارد، زیرا مخرج کسر برابر صفر می‌شود.

بنابراین برد تابع به صورت $\{-1, \frac{1}{4}\}$ بوده و مجموع اعضای آن برابر $-1 + 0/25 = -0/75$ است.

فیلم پاسخ



۹. مقدار عددی عبارت $۳\log\sqrt[3]{۴} + \log ۲۵ + ۱$ کدام است؟

۵ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

پاسخ

۳

میدانید

ویژگی‌های لگاریتم به صورت زیر است:

$$*) \log_c a + \log_c b = \log_c ab$$

$$*) \log_a a = ۱$$

$$*) n \log_b a = \log_b a^n$$

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم، عبارت خواسته شده را ساده می‌کنیم:

$$۳\log\sqrt[3]{۴} + \log ۲۵ + ۱ = \log\sqrt[3]{۴}^۳ + \log ۲۵ + \log ۱۰$$

$$= \log ۴ + \log ۲۵ + \log ۱۰$$

$$= \log(۴ \times ۲۵ \times ۱۰) = \log ۱۰۰۰ = \log ۱۰^۳ = ۳\log ۱۰$$

$$= ۳ \times ۱ = ۳$$

فیلم پاسخ



۱۰. تنها جواب معادله لگاریتمی $\log(-x) + \log(-x - 3) = 1$

کدام است؟

۱) -۲

۲) ۲

۳) -۵

۴) ۵

پاسخ

۳

میدانید

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم می‌دانیم:

$$\log_c a + \log_c b = \log_c(ab)$$

$$\log_a a = 1$$

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم معادله را حل می‌کنیم:

$$\log(-x) + \log(-x - 3) = 1$$

$$\Rightarrow \log(-x)(-x - 3) = \log 10$$

$$\Rightarrow \log(x^2 + 3x) = \log 10 \Rightarrow x^2 + 3x = 10$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -5 \text{ یا } x = 2$$

جواب $x = 2$ غیرقابل قبول است، زیرا عبارت $\log(-x)$ به ازای

$x = 2$ تعریف نشده است. اما جواب $x = -5$ در معادله اصلی

صدق می‌کند و تنها جواب قابل قبول برای معادله است.

فصل

فصل ۳: توابع نمایی و لگاریتمی

واحد یادگیری

درس ۳: ویژگی‌های لگاریتم و حل

معادله‌های لگاریتمی

زیرواحد یادگیری

معادلات لگاریتمی

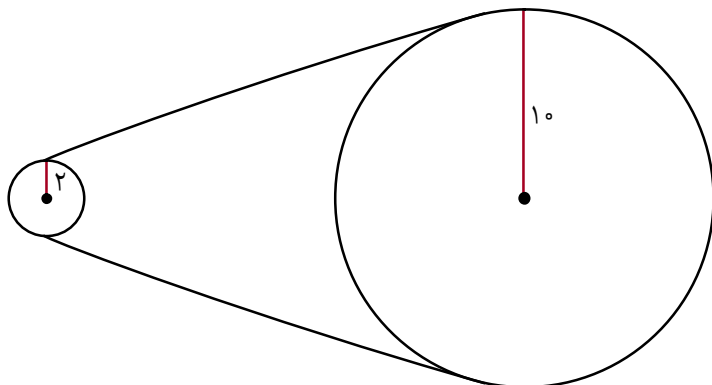
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۱. در شکل زیر یک تسمه دو قرقره به شعاع‌های 10 cm و 2 cm را به هم وصل کرده است. اگر قرقره کوچکتر π رادیان بچرخد، قرقره بزرگتر چند درجه دوران می‌کند؟



۱) 45°

۲) 36°

۳) 30°

۴) 15°

پاسخ

۲

میدانید

طول کمان روبه‌رو به زاویه α ، در دایره‌ای به شعاع R برابر است با:

$$l = R \times \alpha$$

میدانید

اگر اندازه زاویه‌ای برحسب رادیان برابر θ باشد، اندازه آن زاویه برحسب درجه برابر $\theta \times \frac{180^\circ}{\pi}$ است.

دو قرقره توسط تسمه به یکدیگر متصل هستند، پس وقتی قرقره‌ها می‌چرخند، طول کمان طی‌شده در دو قرقره مساوی یکدیگر است، یعنی:

$$l_1 = l_2 \Rightarrow R_1 \theta_1 = R_2 \theta_2 \Rightarrow 2 \times \pi = 10 \times \theta_2$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

برای یافتن اندازه زاویه θ_2 ، یعنی زاویه چرخش قرقره بزرگتر برحسب درجه داریم:

$$\theta_2 = \frac{\pi}{5} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{5} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

فیلم پاسخ



۱۲. اگر $\cot \alpha = 3$ ، آن گاه مقدار $\frac{\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) - 2 \cos(\pi - \alpha)}{2 \cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) - \sin(3\pi - \alpha)}$

کدام است؟

۱) -۱

۲) ۹

۳) ۳

۴) -۳

پاسخ

۲

میدانید

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

ابتدا عبارت‌های مثلثاتی را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(3\pi - \alpha) = \sin(2\pi + \pi - \alpha)$$

$$= \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

بنابراین حاصل کسر خواسته شده برابر است با:

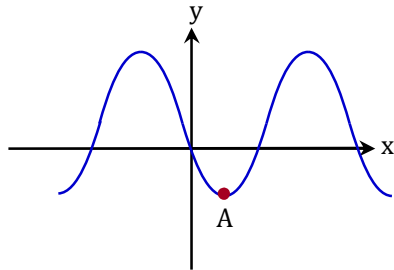
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - 2 \cos(\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) - \sin(3\pi - \alpha)} = \frac{\cos \alpha - 2(-\cos \alpha)}{2 \sin \alpha - \sin \alpha}$$

$$= \frac{3 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 3 \cot \alpha = 3 \times 3 = 9$$

فیلم پاسخ



۱۳. در شکل زیر نمودار تابع $y = a - \cos(x - \frac{\pi}{3})$ رسم شده است. حاصل ضرب طول و عرض نقطه A کدام است؟



- ۱ $-\frac{\pi}{12}$
- ۲ $-\frac{\pi}{6}$
- ۳ $-\frac{\pi}{3}$
- ۴ $-\frac{2\pi}{3}$

پاسخ

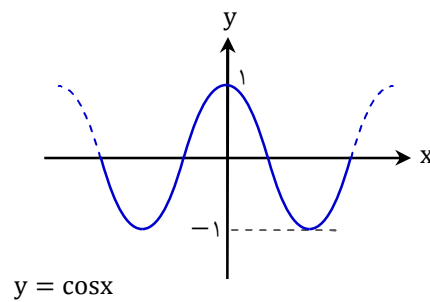
۲ نمودار داده شده از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس نقطه $(0, 0)$ در ضابطه تابع $y = a - \cos(x - \frac{\pi}{3})$ صدق می‌کند:

$$0 = a - \cos(-\frac{\pi}{3}) \Rightarrow a = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

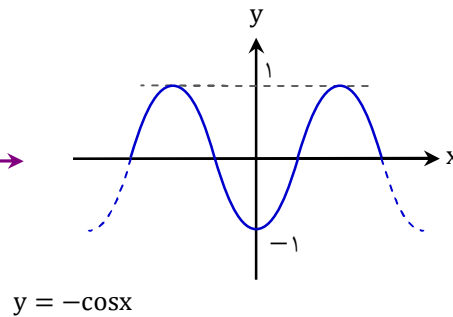
اکنون تابع $y = \frac{1}{2} - \cos(x - \frac{\pi}{3})$ را از روی تابع $y = \cos x$ طی مراحل زیر رسم می‌کنیم:

فیلم پاسخ

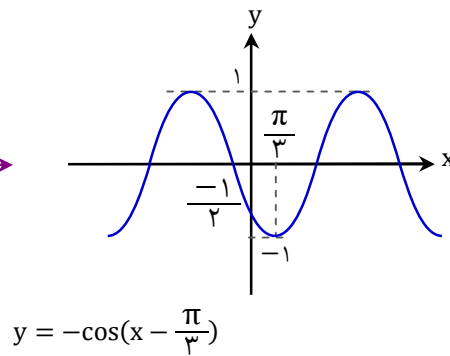




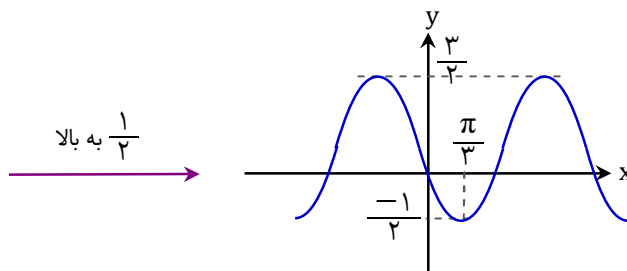
قرینه نسبت
به محور طولها



$\frac{\pi}{3}$ به راست



$\frac{1}{3}$ به بالا



بنابراین مختصات نقطه A به صورت $(\frac{\pi}{3}, -\frac{1}{3})$ بوده و حاصل ضرب

طول و عرض آن برابر $\frac{-\pi}{6} = \frac{-1}{3} \times \frac{\pi}{3}$ است.

۱۴. نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای ۲۵ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده ۲۴ میلی گرم باشد، پس از تقریباً چندسال ۲ میلی گرم از این ماده باقی مانده است؟ $(\log_3 3 \approx 1/6)$

① ۹۰

② ۹۳

③ ۹۵

④ ۹۸

پاسخ

۱

نکته

اگر نیمه عمر ماده‌ای k سال و مقدار اولیه آن برابر A باشد، مقدار آن ماده پس از t سال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f(t) = A\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{k}}$$

تابع جرم باقی مانده از این ماده هسته‌ای با نیمه عمر ۲۵ سال و مقدار اولیه ۲۴ میلی گرم، پس از t سال به صورت زیر است:

$$f(t) = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}}$$

مقدار این ماده پس از t سال برابر ۲ میلی گرم است، پس برای یافتن t ، معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$f(t) = 2 \Rightarrow 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}} = 2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}} = \frac{1}{12} \Rightarrow 2^{\frac{t}{25}} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{t}{25} = \log_2 12 \Rightarrow \frac{t}{25} = \log_2 4 + \log_2 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{25} \approx 2 + 1/6$$

$$\Rightarrow t \approx 25 \times 3/6 \Rightarrow t \approx 90$$

بنابراین تقریباً پس از ۹۰ سال، جرم ماده به ۲ میلی گرم می‌رسد.

فیلم پاسخ



۱۵. اگر $f(x) = [x]$ ، آن‌گاه برد تابع $y = f(f(x) - x)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح می‌باشد.)

۱ {۰}

۲ {۰, -۱}

۳ [-۱, ۰]

۴ (-۱, ۰]

پاسخ

۲

میدانید

اگر n عدد صحیح باشد، آن‌گاه $[x + n] = [x] + n$

بدانید

به ازای هر مقدار حقیقی x داریم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

ابتدا ضابطه تابع موردنظر را با توجه به این‌که $f(x) = [x]$ ساده می‌کنیم:

$$y = f(f(x) - x) = [[x] - x]$$

توجه کنید حاصل $[x]$ عددی صحیح است، پس می‌توان آن را از عبارت جزء صحیح خارج کرد:

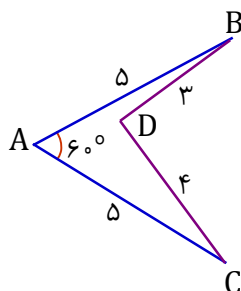
$$y = [[x] - x] = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

عبارت به دست آمده به ازای x های صحیح و غیر صحیح می‌تواند برابر صفر و منفی یک باشد. پس برد تابع به صورت $\{0, -1\}$ است.

فیلم پاسخ



۱۶. در شکل زیر مساحت چهارضلعی را بدون تغییر محیط آن افزایش می‌دهیم. مساحت چهارضلعی جدید کدام است؟



① $\frac{25\sqrt{3}}{4} + 10$

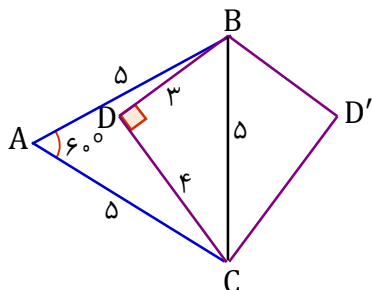
② $\frac{25\sqrt{3}}{4} + 6$

③ $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{25\sqrt{3}}{4} + 20$

پاسخ

۲. مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است زیرا:



$$\left. \begin{matrix} AB = AC = 5 \\ \hat{A} = 60^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow BC = 5$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} (AB)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 5^2 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

برای افزایش مساحت نقطه D را نسبت به BC بازتاب می‌دهیم و نقطه D' به دست می‌آید. طبق خواص طولپایی بازتاب تغییر محیط در چهارضلعی ABDC نداریم ولی تغییر مساحت داریم، همچنین

$BD = BD'$ و $DC = D'C$ در مثلث BDC داریم:

$$5 = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow \hat{D} = 90^\circ \Rightarrow S_{\triangle BDC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

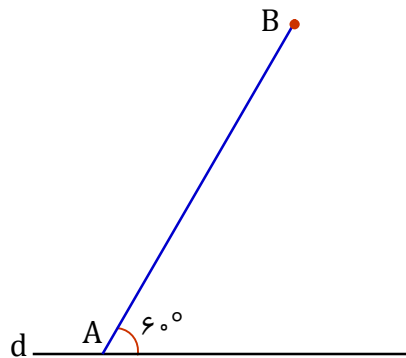
$$\Rightarrow S_{\triangle BD'C} = 6$$

فیلم پاسخ



$$S_{ABD'C} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BD'C} = \frac{25\sqrt{3}}{4} + 6$$

۱۷. نگاشت f هر نقطه روی صفحه را به‌طور قائم بر خط d تصویر می‌کند. در شکل زیر اگر $AB = ۱۰$ و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ باشد، طول تصویر پاره‌خط AB تحت نگاشت f کدام است؟



۱ ۵

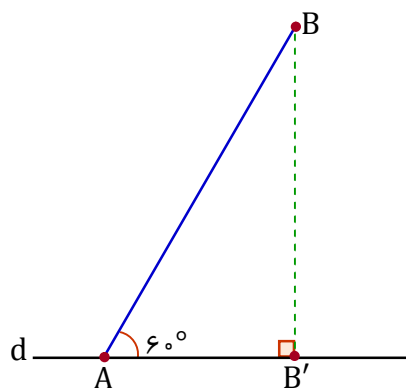
۲ $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

۳ $\frac{۱۰}{۳}$

۴ $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخ

۱ نقطه A روی خط d است، در نتیجه تصویر A می‌شود خود A (نقطه ثابت است) و تصویر B می‌شود B' در نتیجه طول پاره‌خط AB' به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:



روش اول:

فیلم پاسخ



$$\Delta ABB': \hat{B}' = ۹۰^\circ, \hat{A} = ۶۰^\circ$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow AB' = AB \times \cos \hat{A} = ۱۰ \times \cos ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow AB' = ۵$$

روش دوم: AB' ضلع روبه‌روی زاویه ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه است، در نتیجه مساوی است با نصف وتر یعنی:

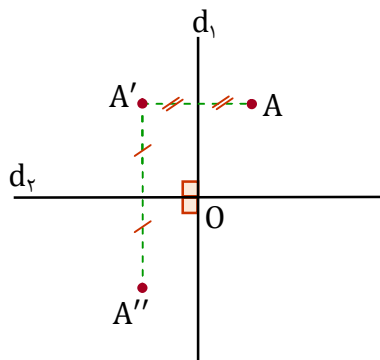
$$AB' = \frac{AB}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

۱۸. ترکیب دو بازتاب محوری که محورهای آن بر هم عمود باشند، کدام تبدیل می‌تواند باشد؟

- ① انتقال - دوران
- ② دوران - تجانس
- ③ بازتاب محوری - انتقال
- ④ دوران - بازتاب محوری

پاسخ

۲. طبق فرض مسئله دو محور بازتاب d_1 و d_2 در نقطه O بر هم عمود هستند. طبق خواص بازتاب محور بازتاب عمود منصف پاره خط نقطه و تصویر است، در نتیجه داریم:



$$\left. \begin{array}{l} OA = OA' \\ OA' = OA'' \end{array} \right\} \Rightarrow OA = OA'' \Rightarrow$$

A'' قرینه A به مرکز O است یعنی تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $k = -1$.

همچنین می‌توان گفت نقطه A'' دوران یافته نقطه A به مرکز O و زاویه دوران 180° است پس هم دوران و هم تجانس درست است.

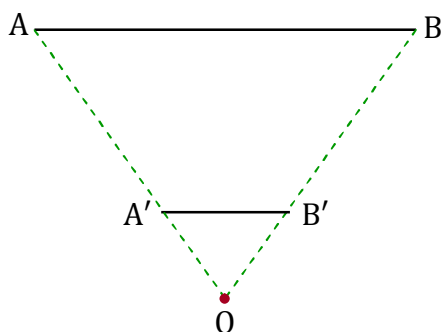
فیلم پاسخ



۱۹. در شکل زیر $A'B'$ مجانس AB به مرکز نقطه O و نسبت $\frac{1}{4}$

است. اگر $AB = ۱۶$ و فاصله دو پاره خط AB و $A'B'$ برابر ۹

باشد، مساحت مثلث AOB کدام است؟



۷۲ ①

۸۵ ②

۹۶ ③

۱۰۲ ④

پاسخ

۳. طبق فرض مسئله $A'B'$ متجانس AB است بنابه خاصیت

تجانس که شیب خط حفظ می‌شود می‌توان نتیجه گرفت که:

$$AB \parallel A'B'$$

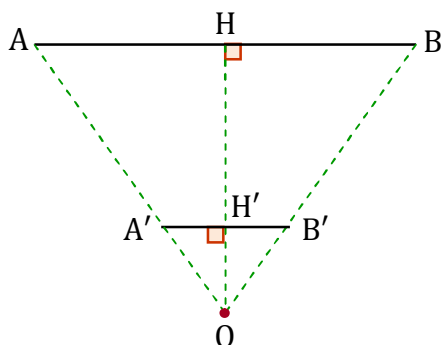
$$\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'} \xrightarrow{\text{زاویه}} \triangle OAB \sim \triangle OA'B' \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{OH'}{OH' + 9} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4OH' = OH' + 9 \Rightarrow OH' = 3$$

$$\Rightarrow OH = 3 + 9 = 12$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$$



فیلم پاسخ



۲۰. اگر نقطه M روی خط $۲x - ۲y = ۱۲$ و نقطه N روی خط

$$x + \frac{y}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

باشد، آنگاه فاصله نقاط M و N از مبدأ مختصات کدام است؟

① $۳\sqrt{۲}$

② $۳\sqrt{۳}$

③ $۲\sqrt{۳}$

④ $۲\sqrt{۲}$

پاسخ

① طبق تعریف نقطه ثابت تبدیل، می‌دانیم که تصویر نقطه بر روی

نقطه منطبق است یعنی:

$$T(A) = A \Rightarrow M = N$$

در نتیجه این نقطه محل تلاقی دو خط می‌باشد:

$$\begin{cases} ۲x - ۲y = ۱۲ \\ x + \frac{1}{۲}y = \frac{۳}{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲x - ۲y = ۱۲ \\ -۲x - y = -۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -۳, x = ۳ \Rightarrow M = N = (۳, -۳)$$

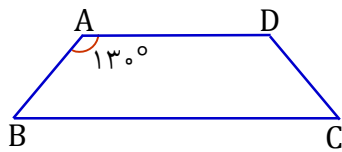
فاصله نقطه تا مبدأ برابر است با:

$$OM = \sqrt{۳^۲ + (-۳)^۲} = ۳\sqrt{۲}$$

فیلم پاسخ



۲۱. در دوزنقه ABCD رأس C دوران یافته رأس B و رأس D دوران یافته رأس A است. زاویه دوران کدام است؟



۱) 50°

۲) 135°

۳) 80°

۴) 90°

پاسخ

۳ می‌دانیم دوران یک تبدیل طولپاست، در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} R(A) = D \\ R(B) = C \end{array} \right\} \Rightarrow R(AB) = DC \Rightarrow AB = DC$$

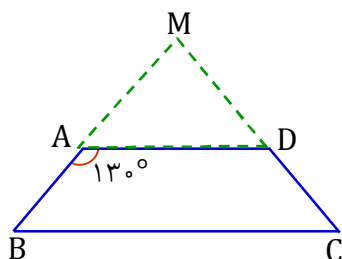
پس دوزنقه متساوی‌الساقین است، در نتیجه $\hat{C} = \hat{B} = 50^\circ$ است.

زاویه دوران زاویه بین دو خط AB و CD است.

اگر دو ساق AB و CD را امتداد دهیم، در مرکز دوران M همدیگر

را قطع می‌کنند، در نتیجه در مثلث MBC داریم:

$$\begin{aligned} \Delta MBC: \hat{B} = \hat{C} &\Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) \\ &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$



فیلم پاسخ



۲۲. پاره خط AB به طول ۱۲ در نقطه O با زاویه 45° با خط d متقاطع است. اگر A' بازتاب A و B' بازتاب B نسبت به خط d باشند، مساحت چهارضلعی $AA'BB'$ کدام است؟

۱) ۳۶

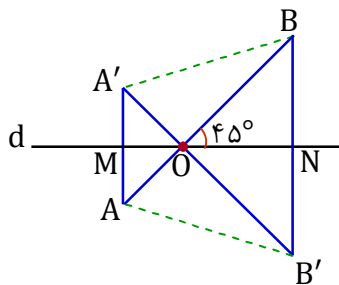
۲) ۱۴۴

۳) ۷۲

۴) بستگی به محل تقاطع دارد.

پاسخ

۳. روش اول: مثلث‌های $\triangle AOM$ و $\triangle A'OM$ و $\triangle BON$ و $\triangle B'ON$ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین هستند.



$$OB = OB' = x, OA = OA' = 12 - x$$

$$\Rightarrow ON = \frac{\sqrt{2}}{2} OB \Rightarrow ON = \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

$$OM = \frac{\sqrt{2}}{2} OA \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{2}}{2} (12 - x)$$

$$NB' = NB = \frac{\sqrt{2}}{2} x \Rightarrow BB' = \sqrt{2} x$$

$$AM = A'M = \frac{\sqrt{2}}{2} (12 - x) \Rightarrow AA' = \sqrt{2} (12 - x)$$

با توجه به ویژگی بازتاب، $AA'BB'$ دوزنقه است، پس:

$$S_{AA'BB'} = \frac{(AA' + BB') \times (MN)}{2} = \frac{(AA' + BB')(OM + ON)}{2}$$

$$= \frac{[\sqrt{2}(12 - x) + \sqrt{2}x] \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}(12 - x) \right)}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{12\sqrt{2} \times (6\sqrt{2})}{2} = 72$$

روش دوم:

فیلم پاسخ



خط‌های AB و $A'B'$ بر هم عمود هستند و می‌دانیم مساحت چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر آن چهارضلعی، بنابراین از طرفی بازتاب طولیاست، پس $AB = A'B' = ۱۲$ ، بنابراین داریم:

$$S_{AA'BB'} = \frac{1}{2} \times AB \times A'B' = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ = ۷۲$$

۲۳. دو نقطه $A(۷, ۰)$ و $B(۵, ۲)$ در صفحه مفروض‌اند. در یک بازتاب تصویر A بر نقطه B منطبق می‌شود. معادله محور بازتاب کدام است؟

۱. $y + ۳x - ۵ = ۰$

۲. $y + ۳x - ۷ = ۰$

۳. $y - x + ۵ = ۰$

۴. $y + ۷x - ۳ = ۰$

پاسخ

۳. می‌دانیم محور بازتاب عمودمنصف پاره‌خطی است که یک نقطه را به تصویرش وصل می‌کند. پس معادله محور بازتاب همان معادله عمودمنصف پاره‌خط AB است. M را نقطه میانی پاره‌خط AB در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{۵+۷}{۲} = ۶ \\ y_M &= \frac{۲+۰}{۲} = ۱ \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(۶, ۱)$$

شیب خط عمودمنصف معکوس و قرینه شیب خط است.

$$m_{AB} = \frac{۲-۰}{۵-۷} = -۱ \Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = ۱$$

$$y - ۱ = ۱(x - ۶) \Rightarrow y - x + ۵ = ۰$$

فیلم پاسخ



۲۴. اگر داشته باشیم $T(T(T(T(T(T(T(A))))))) = A$ آن گاه T کدام تبدیل می‌تواند باشد؟ (نقطه A روی خط d یا نقطه O واقع نیست)

① تجانس به مرکز O و با نسبت (-1)

② دوران 90° درجه به مرکز O

③ بازتاب نسبت به خط d

④ همه موارد

پاسخ

④ گزینه «۱»: در هشت بار تجانس به مرکز O و نسبت منفی یک معادل تجانس با نسبت یک است، در نتیجه تصویر A بر خودش منطبق می‌شود.

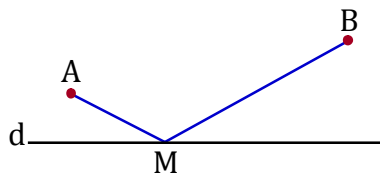
گزینه «۲»: هشت بار دوران با زاویه 90° درجه، معادل با دوران 720° درجه است، در نتیجه تصویر A بر خودش منطبق می‌شود.

گزینه «۳»: در بازتاب نسبت به خط d ، اگر نقطه A روی خط واقع نشده باشد، با هشت بار بازتاب تصویر A بر خودش منطبق می‌شود در نتیجه گزینه «۴» درست است.

فیلم پاسخ



۲۵. در شکل زیر فاصله نقطه A و B از خط d به ترتیب ۲ و ۶ واحد است و نقطه M روی خط d متغیر است. اگر کم‌ترین مقدار $AM + MB$ برابر ۱۶ باشد، اندازه زاویه $\widehat{AMB}$ کدام است؟



۱) 90°

۲) 110°

۳) 120°

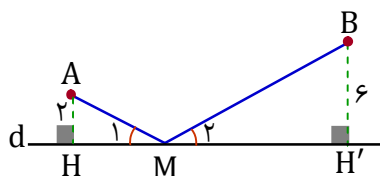
۴) 80°

پاسخ

۳. برای پیدا کردن نقطه M به طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، ابتدا A را نسبت به d بازتاب داده (A') ، سپس A' را به B وصل می‌کنیم، محل برخورد $A'B$ با d نقطه M است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{د.ز}} \triangle AMH \sim \triangle BMH'$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AH}{BH'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow BM = 3AM \quad (1)$$



$$AM + MB = 16$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AM}{AM+MB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{16}{4} \Rightarrow AM = 4 \xrightarrow{(1)} BM = 12$$

در مثلث‌های $\triangle AMH$ و $\triangle BMH'$ یک ضلع نصف وتر است، در نتیجه:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 30^\circ$$

$$\widehat{AMB} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

فیلم پاسخ



۲۶. در پرتاب دو تاس پیشامد آن که «مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ باشد» چند عضو دارد؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

پاسخ

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 10$$

۳

فیلم پاسخ



۲۷. از هر سه گروه آموزشی در یک پادگان به ترتیب ۴، ۴ و ۲ نفر برای شرکت در مراسم صبح گاهی و اجرای آن دعوت شده‌اند. اگر به تصادف ۳ نفر از بین آنها انتخاب شوند، احتمال آن که از هر گروه یک نفر انتخاب شده باشد، کدام است؟

- ① $\frac{13}{15}$
 ② $\frac{7}{15}$
 ③ $\frac{5}{15}$
 ④ $\frac{4}{15}$

۴

پاسخ

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{32}{120} = \frac{4}{15}$$

فیلم پاسخ



۲۸. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و

$$P(B) = 2P(A) \quad \text{و} \quad P(B - A) = \frac{4}{7}, \quad P(A \cap B') = \frac{1}{7}$$

باشد، $P(A \cup B)$ کدام است؟

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

پاسخ

۱

$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B') &= P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{7} \\ P(B - A) &= \underbrace{P(B)}_{2P(A)} - P(A \cap B) = \frac{4}{7} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{3}{7} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{7} - P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{7}$$

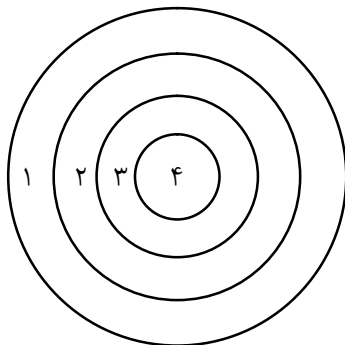
$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{6}{7} - \frac{2}{7} = 1$$

فیلم پاسخ



۲۹. در صفحه هدف زیر که شامل ۴ ناحیه است، احتمال اصابت تیر به ناحیه k ام به صورت $(3k - 1)x$ است. احتمال اصابت تیر به ناحیه دوم کدام است؟



- ① $\frac{3}{26}$
 ② $\frac{5}{26}$
 ③ $\frac{7}{26}$
 ④ $\frac{9}{26}$

پاسخ

۲

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

در یک فضای نمونه‌ای غیرهمشانس داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\Rightarrow 2x + 5x + 8x + 11x = 1$$

$$\Rightarrow 26x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{26}$$

$$\Rightarrow P(2) = 5x = \frac{5}{26}$$

فیلم پاسخ



۳۰. خانواده‌ای دارای سه فرزند است. اگر حداقل دو فرزند آن‌ها

پسر باشند، احتمال آن که فرزند سوم دختر باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$
- ۲) $\frac{1}{4}$
- ۳) $\frac{1}{8}$
- ۴) $\frac{1}{3}$

۲

$$B = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (د, پ, پ)\}$$

$$A \cap B = \{(د, پ, پ)\}$$

حداقل دو فرزند

پسر باشند

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

فرزند سوم دختر

فصل

فصل ۲: احتمال

واحد یادگیری

درس ۳: احتمال شرطی

زیر واحد یادگیری

احتمال شرطی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: احتمالواحد یادگیری
درس ۳: احتمال شرطیزیر واحد یادگیری
احتمال شرطیحیطه شناختی
مقدماتی

۳۱. امیر و رضا هر کدام به ترتیب با احتمال $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{3}$ هر هفته به کوهنوردی می‌روند. احتمال کوهنوردی رفتن امیر به شرط کوهنوردی رفتن رضا مساوی $\frac{1}{5}$ است. احتمال رفتن امیر به کوهنوردی به شرط نرفتن رضا کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{2}{5}$
 ③ $\frac{11}{14}$
 ④ $\frac{9}{14}$

۴

پاسخ

کوهنوردی رفتن رضا

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

کوهنوردی رفتن امیر

کوهنوردی نرفتن رضا

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1/3}$$

کوهنوردی رفتن امیر

$$= \frac{1/6 - 1/15}{1/3} = \frac{1/10}{1/3} = \frac{3}{10} = \frac{9}{30} = \frac{9}{10}$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: احتمالواحد یادگیری
درس ۳: احتمال شرطیزیرواحد یادگیری
قانون احتمال کلحیطه شناختی
مقدماتی

۳۲. دو جعبه داریم. در جعبه اول ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه و در جعبه دوم ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه داریم. یک تاس را پرتاب می‌کنیم، اگر عدد مضرب ۳ ظاهر شد از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال آن که مهره سیاه خارج شود، کدام است؟

- ۱ $\frac{13}{36}$
- ۲ $\frac{19}{36}$
- ۳ $\frac{23}{36}$
- ۴ $\frac{1}{4}$

پاسخ

۲

$$P(\overbrace{۳, ۳}^{۶, ۳}) = \frac{2}{6} \Rightarrow P(\text{عدد غیر مضرب ۳}) = \frac{4}{6}$$

جعبه دوم یعنی تاس
جعبه اول یعنی تاس

مضرب ۳ نباشد
مضرب ۳ بیاید

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

جعبه دوم
جعبه اول
مهره سیاه

$$\Rightarrow P(\text{مهره سیاه}) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{4}{9} = \frac{3+16}{36} = \frac{19}{36}$$

فیلم پاسخ



۳۳. در یک جعبه ۴ سیب زرد و ۳ سیب قرمز داریم، از این جعبه به صورت پی‌درپی و با جایگذاری دو سیب خارج می‌کنیم. احتمال آن که هر دو سیب هم‌رنگ باشند، کدام است؟

- ۱ $\frac{16}{49}$
- ۲ $\frac{21}{49}$
- ۳ $\frac{25}{49}$
- ۴ $\frac{18}{49}$

پاسخ

۳ با توجه به قانون ضرب احتمال‌ها داریم:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{سیب دوم زرد} \\ \uparrow \\ P(A \cap \bar{B}) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49} \\ \downarrow \\ \text{سیب اول زرد} \\ \text{سیب دوم قرمز} \\ \uparrow \\ P(A \cap B) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49} \\ \downarrow \\ \text{سیب اول قرمز} \end{array} \right\}$$

$$\stackrel{\oplus}{\rightarrow} P(\text{هم‌رنگ بودن}) = \frac{16}{49} + \frac{9}{49} = \frac{25}{49}$$

فیلم پاسخ



۳۴. با توجه به تجربه‌ها و آزمایش‌های قبلی احتمال آن که واکسن آنفولانزا روی هر بیمار اثر مثبت داشته باشد $\frac{3}{4}$ است. اگر اعضای یک خانواده سه نفری را واکسن آنفولانزا بزنیم، احتمال آن که روی همگی اثر مثبت داشته باشد، چقدر است؟

$$\frac{27}{64} \quad ①$$

$$\frac{8}{27} \quad ②$$

$$\frac{17}{64} \quad ③$$

$$\frac{31}{64} \quad ④$$

پاسخ

۱. پیشامد مثبت بودن اثر واکسن آنفولانزا روی هر فرد، از هم مستقل‌اند.

برای سه پیشامد A ، B و C که دو به دو مستقل باشند، داریم:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: احتمالواحد یادگیری
درس ۳: احتمال شرطیزیرواحد یادگیری
قانون بیزحیطه شناختی
مقدماتی

۳۵. در یک شرکت تولید دارو، ۶۵ درصد تولید یک دارو توسط متخصصین گروه A و بقیه حاصل زحمات متخصصین گروه B است. ۳ درصد از تولیدات گروه A و ۵ درصد از تولیدات گروه B، اثر منفی روی بیماران دارند. یک نفر را به تصادف انتخاب کرده و یک آزمایش روی او انجام داده‌ایم و ملاحظه شده، که داروی تولید شده توسط این شرکت روی ایشان اثر منفی داشته است. احتمال آن که این دارو توسط گروه A تولید شده باشد، کدام است؟

- ① $\frac{21}{74}$
 ② $\frac{19}{30}$
 ③ $\frac{31}{54}$
 ④ $\frac{39}{74}$

۴

پاسخ

از گروه A تولید
شده باشد

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{65}{100} \times \frac{3}{100}}{\frac{65}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{35}{100} \times \frac{5}{100}}$$

دارو اثر منفی داشته است

$$= \frac{195}{195 + 175} = \frac{195}{370} = \frac{39}{74}$$

فیلم پاسخ



۳۶. اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن ۵ برابر شود، با این تغییر، ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟

۱ ①

۵ ②

$\frac{1}{5}$ ③

۲۵ ④

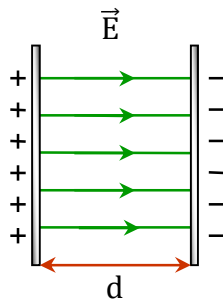
پاسخ

① ظرفیت خازن به ویژگی‌های هندسی و جنس عایق بین صفحه‌های خازن بستگی دارد و با تغییر بار یا اختلاف پتانسیل خازن، تغییر نمی‌کند. پس ظرفیت خازن ثابت می‌ماند.

فیلم پاسخ



۳۷. اندازه میدان الکتریکی بین صفحات یک خازن تخت برابر $۴ \times ۱۰^۴ \frac{N}{C}$ است. اگر این خازن را از باتری جدا کنیم و سپس فاصله بین صفحات را ۲ میلی متر افزایش دهیم، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن چگونه تغییر می کند؟



۱ ثابت می ماند.

۲ ۸۰ ولت افزایش می یابد.

۳ ۸۰ ولت کاهش می یابد.

۴ ۲۰ ولت افزایش می یابد.

پاسخ

۲

بدانید

میدان بین صفحات خازن تخت از دو رابطه $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$ و $E = \frac{V}{d}$ به دست می آید.

میدانید

اگر خازنی از باتری جدا شود بار ذخیره شده در آن ثابت می ماند و اگر به باتری متصل باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می ماند. با توجه به اینکه خازن از باتری جدا شده است، پس بار ذخیره شده در آن و به تبع آن میدان بین صفحات خازن ثابت می ماند. به این ترتیب با افزایش d خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \begin{cases} V_2 = Ed_2 \\ V_1 = Ed_1 \end{cases} &\Rightarrow V_2 - V_1 = E(d_2 - d_1) \\ \Rightarrow V_2 - V_1 &= 4 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-3} = 80V \end{aligned}$$

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیستیک ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

خازن جدا و متصل به باتری

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۳۸. بار ذخیره شده در صفحات یک خازن به ترتیب $+20\mu\text{C}$ و $-20\mu\text{C}$ و پتانسیل صفحه با بار مثبت $+10\text{V}$ و پتانسیل صفحه با بار منفی -10V است. انرژی ذخیره شده در خازن چند میکروژول است؟

۱) ۱۰۰

۲) ۵۰

۳) ۴۰۰

۴) ۲۰۰

پاسخ

۴. در این خازن $Q = 20\mu\text{C}$ و $V = 20\text{V}$ است و انرژی خازن برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200\mu\text{J}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

انرژی و تغییر انرژی خازن

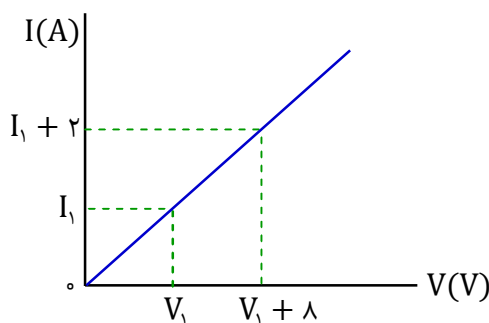
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۹. نمودار جریان عبوری بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا مطابق شکل زیر است. مقاومت این رسانا چند اهم است؟



۱ $\frac{1}{8}$

۲ ۸

۳ $\frac{1}{4}$

۴ ۴

پاسخ

۴

بدانید

اگر جریان عبوری از یک رسانا با مقاومت R به اندازه $(I_2 - I_1)$ اضافه شود، اختلاف پتانسیل این رسانا به اندازه $R(I_2 - I_1)$ اضافه خواهد شد. به عبارت دیگر می‌توان نوشت:

$$R = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1}$$

روش ۱: با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_1 = RI_1$$

$$V_1 + 8 = R(I_1 + 2) \Rightarrow V_1 + 8 = RI_1 + 2R$$

$$\Rightarrow 8 = 2R \Rightarrow R = 4\Omega$$

روش ۲:

$$R = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} = \frac{8}{2} = 4\Omega$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

جریان الکتریکی / مقاومت الکتریکی و قانون اهم / عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

زیرواحد یادگیری

مقاومت الکتریکی و قانون اهم

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۰. با افزایش چه تعداد از موارد مربوط به یک سیم مسی، مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد؟

- مقاومت ویژه
- طول سیم
- سطح مقطع سیم

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④ صفر

پاسخ

۲. با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، با افزایش ρ و L مقاومت رسانا افزایش می‌یابد ولی با افزایش سطح مقطع مقاومت آن کاهش می‌یابد.

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

جریان الکتریکی / مقاومت الکتریکی و قانون اهم / عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

زیر واحد یادگیری

عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

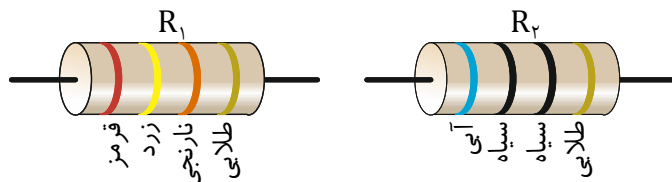
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۱. مقدار دو مقاومت ترکیبی به صورت کدهای رنگی مطابق شکل مشخص شده‌اند. نسبت مقدار مقاومت‌ها $(\frac{R_1}{R_2})$ کدام است؟
(سیاه = ۰، قرمز = ۲، نارنجی = ۳، زرد = ۴ و آبی = ۶)



① ۶۰

② ۶۰۰

③ ۴۰۰

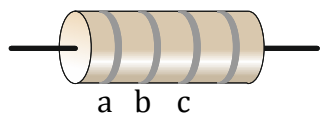
④ $\frac{۴۰}{۳}$

پاسخ

۳

میدانید

اگر کد حلقه‌های رنگی در مقاومت زیر به ترتیب a، b و c باشد، مقدار مقاومت برابر است با $R = \overline{ab} \times 10^c$. حلقه چهارم، تیرانس مقدار مقاومت را نشان می‌دهد.



مقدار مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر است با:

$$R_1 = ۲۴ \times ۱۰^۳ \Omega$$

$$R_2 = ۶۰ \times ۱۰^۰ = ۶۰ \Omega$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{۲۴ \times ۱۰^۳}{۶۰} = ۴۰۰$$

فیلم پاسخ



۴۲. به وسیله‌ای که با انجام کار روی بار الکتریکی، جریان ثابتی از بارهای الکتریکی در یک مدار ایجاد می‌کند، گفته می‌شود.

① منبع نیروی محرکه الکتریکی

② مقاومت

③ LDR

④ دیود

پاسخ

① منبع نیروی محرکه یک مبدل انرژی است که با تبدیل انرژی‌های دیگر به انرژی الکتریکی می‌تواند روی بارهای الکتریکی کار انجام دهد و آنها را در مدار شارش دهد.

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

نیروی محرکه الکتریکی و مدارها / توان در مدارهای الکتریکی

زیرواحد یادگیری

نیروی محرکه و باتری

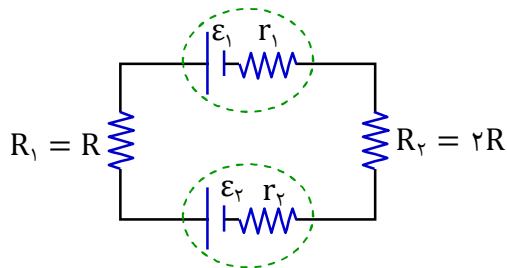
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



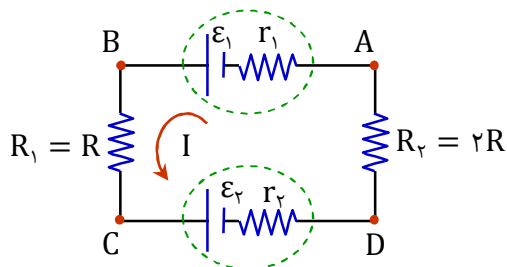
۴۳. در مدار زیر، $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ و اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_2$ به ترتیب ۲۰ ولت و ۱۱ ولت است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 چند ولت است؟



- ① ۱/۵
② ۲
③ ۳
④ ۵

پاسخ

۳. با توجه به اینکه $R_2 = 2R_1$ است و جریان عبوری از هر دو مقاومت یکسان است، پس $V_2 = 2V_1$ خواهد بود. از طرفی طبق قانون ولتاژ می‌توان نوشت:



$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

$$\Rightarrow -20 + V_1 + 11 + V_2 = 0$$

$$\Rightarrow 3V_1 = 9 \Rightarrow V_1 = 3V$$

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

نیروی محرکه الکتریکی و مدارها / توان در مدارهای الکتریکی

زیرواحد یادگیری

مدار تک‌حلقه با یک باتری و بیشتر

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۴. از یک مقاومت ۲۰ اهمی در مدت زمان t ، بار الکتریکی ۱۰۰ کولن عبور کرده و $I = 5000$ گرما تولید شده است. زمان t چند ثانیه است؟ (جریان عبوری از مقاومت ثابت است).

۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۲۵

۴) ۴۰

پاسخ

۴. جریان عبوری از مقاومت برابر با $I = \frac{q}{t}$ و انرژی مصرفی

مقاومت برابر است با $W = Pt = RI^2t$.

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$W = R \times \left(\frac{q}{t}\right)^2 \times t \Rightarrow W = R \times \frac{q^2}{t} \Rightarrow t = \frac{R \times q^2}{W}$$

$$\Rightarrow t = \frac{20 \times 1000^2}{5000} = 40s$$

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

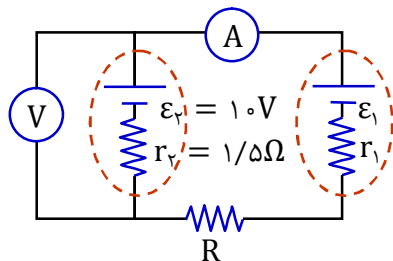
نیروی محرکه الکتریکی و مدارها / توان در مدارهای الکتریکی

توان مقاومت (محاسبه توان مقاومت در مدار تک حلقه)

فیلم پاسخ



۴۵. در مدار زیر توان خروجی باتری (۱) برابر ۴۶ وات و توان مصرفی مقاومت R برابر ۲۰ وات است. آمپرسنج و ولتسنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ چه عددی را نشان می‌دهند؟



۱. $7V - 2A$

۲. $13V - 2A$

۳. $11/5V - 1A$

۴. $8/5V - 1A$

پاسخ

۲. با توجه به اینکه باتری (۱) توان خروجی دارد پس یک باتری تولیدکننده است و باتری (۲) یک مصرف‌کننده انرژی است. طبق قضیه پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

توان مصرفی باتری (۲) + توان مصرفی مقاومت = توان خروجی باتری (۱)
توان مصرفی باتری (۲) برابر است با:

$$\Rightarrow 46 = 20 + P_r \Rightarrow P_r = 26W$$

$$P_r = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 \Rightarrow 26 = 10I + 1/5 I^2$$

$$\Rightarrow 3I^2 + 20I - 52 = 0$$

$$\Rightarrow I = 2A \Rightarrow \text{آمپرسنج، ۲ آمپر را نشان می‌دهد}$$

ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V = \varepsilon_2 + r_2 I = 10 + 1/5 \times 2 = 13V$$

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

نیروی محرکه الکتریکی و مدارها / توان در مدارهای الکتریکی

زیرواحد یادگیری

توان انواع باتری

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۶. دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به یک باتری وصل شده‌اند. اگر جریان و اختلاف پتانسیل این مقاومت‌ها به ترتیب I_1 و I_2 ، V_1 و V_2 باشد و جریان و اختلاف پتانسیل دو سر باتری به ترتیب I و V و مقاومت معادل R_{eq} باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\frac{R_{eq}}{R_1} + \frac{R_{eq}}{R_2} = 1 \quad (۱)$$

$$V = V_1 + V_2 \quad (۲)$$

$$\frac{I_1}{I} \times \frac{I_2}{I} = 1 \quad (۳)$$

$$\frac{V}{V_1} + \frac{V}{V_2} = 1 \quad (۴)$$

پاسخ

۱. در مقاومت‌های موازی روابط زیر برقرار است:

$$V = V_1 = V_2 \Rightarrow \text{روابط ۲ و ۴ نادرست هستند}$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I} + \frac{I_2}{I} = 1 \Rightarrow \text{رابطه ۳ نادرست است}$$

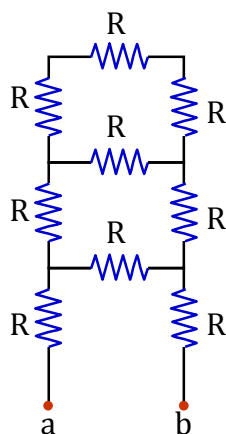
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \begin{array}{l} \text{طرفین را در } R_{eq} \\ \text{ضرب می‌کنیم} \end{array}$$

$$1 = \frac{R_{eq}}{R_1} + \frac{R_{eq}}{R_2} \Rightarrow \text{رابطه ۱ درست است}$$

فیلم پاسخ



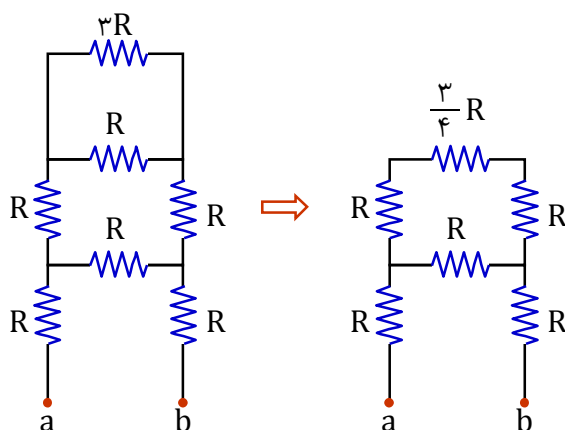
۴۷. در مدار زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه a و b چند برابر R است؟



- ۱) $\frac{41}{11}$
 ۲) $\frac{41}{15}$
 ۳) $\frac{31}{15}$
 ۴) $\frac{31}{11}$

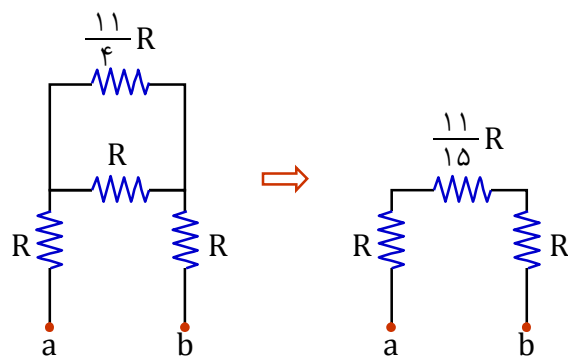
پاسخ

۲. مراحل ساده‌سازی مدار فوق به صورت زیر است:
 در ابتدا سه مقاومت R که در قسمت بالای مدار هستند سری هستند و معادل آن‌ها $3R$ است:



فیلم پاسخ





$$R_{eq} = R + \frac{11}{15}R + R = \frac{41}{15}R$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان

مستقیم

واحد یادگیری

ترکیب مقاومت‌ها

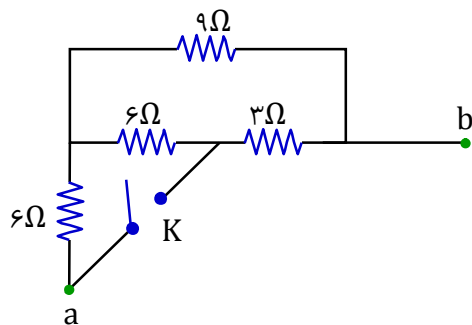
زیر واحد یادگیری

ترکیب مقاومت‌ها و مقاومت معادل

حیطه شناختی

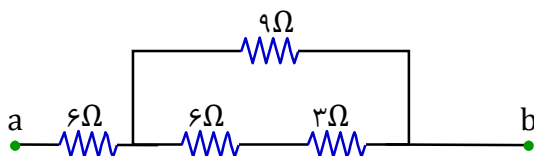
پیشرفته

۴۸. در مدار زیر، با بستن کلید K، مقاومت معادل بین دو نقطه a و b چند اهم و چگونه تغییر می کند؟



- ۱) $2/4\Omega$ کاهش می یابد.
- ۲) $2/4\Omega$ افزایش می یابد.
- ۳) $8/1\Omega$ کاهش می یابد.
- ۴) $8/1\Omega$ افزایش می یابد.

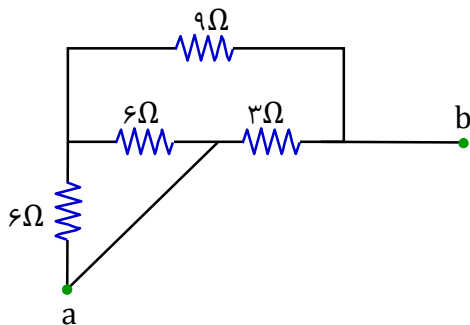
۳. در حالت باز بودن کلید، مدار به صورت زیر است:



در این مدار دو مقاومت ۳ و ۶ اهم با هم سری و معادل آنها با ۹ اهمی موازی و معادل آنها با ۶ اهمی سری است:

$$R_{eq1} = 6 + \frac{9}{2} = 10.5\Omega$$

با بستن کلید، مدار به صورت زیر خواهد شد:



فیلم پاسخ



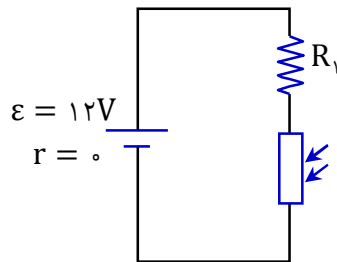
در این مدار دو مقاومت ۶ اهمی موازی هستند که معادل آنها ۳Ω است و این مقاومت ۳ اهمی با مقاومت ۹ اهمی سری و معادل آنها با مقاومت ۳ اهمی موازی است:

$$R_{eq_2} = \frac{۱۲ \times ۳}{۱۲ + ۳} = ۲/۴\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq_2} - R_{eq_1} = ۲/۴ - ۱۰/۵ = -۸/۱\Omega$$

$\Rightarrow$ مقاومت معادل $۸/۱\Omega$ کاهش می‌یابد

۴۹. در مدار زیر، اختلاف پتانسیل و مقاومت LDR به ترتیب برابر ۵ ولت و $200\text{ k}\Omega$ است. مقاومت R_1 چند کیلو اهم است؟



۱) ۲۸۰

۲) ۷۰

۳) ۲۸

۴) ۷

پاسخ

۱) مقاومت LDR با مقاومت R_1 سری است، پس خواهیم داشت:

$$V = V_{\text{LDR}} + V_1 \Rightarrow 12 = 5 + V_1 \Rightarrow V_1 = 7V$$

$$I_{\text{LDR}} = I_1$$

$$I_{\text{LDR}} = \frac{V_{\text{LDR}}}{R_{\text{LDR}}} \Rightarrow I_{\text{LDR}} = \frac{5}{200 \times 10^3} = 2/5 \times 10^{-5} A$$

$$\Rightarrow I_1 = 2/5 \times 10^{-5} A$$

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{7}{2/5 \times 10^{-5}} = 2/8 \times 10^5 \Omega = 280\text{ k}\Omega$$

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

ترکیب مقاومت‌ها

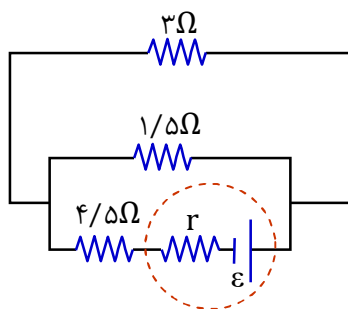
تحلیل مدارهای الکتریکی (توان / مدار ناقص / تغییر مقادیر مدار / ابزارهای اندازه‌گیری)

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۰ در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت $۴/۵$ اهمی چند برابر توان مصرفی مقاومت $۱/۵$ اهمی است؟



- ۱ $\frac{۹}{۲}$
 ۲ $\frac{۹}{۴}$
 ۳ $\frac{۲۷}{۲}$
 ۴ $\frac{۲۷}{۴}$

پاسخ

۴ در این مدار، دو مقاومت ۳Ω و $۱/۵\Omega$ با یکدیگر موازی و معادل آنها با $۴/۵\Omega$ سری است. اگر جریان مقاومت $۱/۵\Omega$ را I در نظر بگیریم، با توجه به اینکه ولتاژ دو مقاومت $۱/۵$ اهمی و ۳ اهمی برابر است، پس جریان مقاومت ۳ اهمی (I') برابر است با:

$$۱/۵I = ۳I' \Rightarrow I' = \frac{۱}{۳}I$$

مجموع جریان این دو مقاومت از مقاومت $۴/۵$ اهمی می‌گذرد. بنابراین جریان مقاومت $۴/۵$ اهمی (I'') برابر است با:

$$I'' = I + I' = I + \frac{۱}{۳}I = \frac{۴}{۳}I$$

به این ترتیب نسبت توان‌های دو مقاومت برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{۴/۵\Omega}}{P_{۱/۵\Omega}} = \frac{۴/۵ \times (\frac{۴}{۳}I)^2}{۱/۵ \times I^2} = \frac{۲۷}{۴}$$

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

ترکیب مقاومت‌ها

زیرواحد یادگیری

تحلیل مدارهای الکتریکی (توان / مدار ناقص / تغییر مقادیر مدار / ابزارهای اندازه‌گیری)

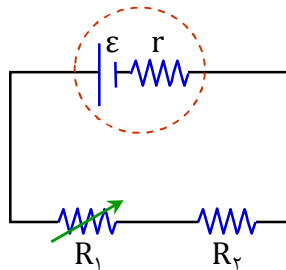
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۱ در مدار زیر، با افزایش مقدار مقاومت R_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر آن و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



- ۱ کاهش - کاهش
- ۲ کاهش - افزایش
- ۳ افزایش - کاهش
- ۴ افزایش - افزایش

پاسخ

۳ با افزایش مقدار مقاومت R_1 ، مقاومت معادل مدار (R_{eq}) افزایش می‌یابد.

جریان مدار از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ به دست می‌آید که با افزایش R_{eq} مقدار آن کاهش می‌یابد.

جریان عبوری از R_2 همان جریان باتری و مدار است:

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = R_2 I \\ I \downarrow \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 \downarrow$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V = \varepsilon - rI$ است که با کاهش I مقدار آن افزایش می‌یابد و از طرفی با توجه به سری بودن R_1 و R_2 خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} V = V_1 + V_2 \\ V \uparrow \\ V_2 \downarrow \end{array} \right\} \Rightarrow V_1 \uparrow$$

فصل

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

واحد یادگیری

ترکیب مقاومت‌ها

زیرواحد یادگیری

تحلیل مدارهای الکتریکی (توان / مدار ناقص / تغییر مقادیر مدار / ابزارهای اندازه‌گیری)

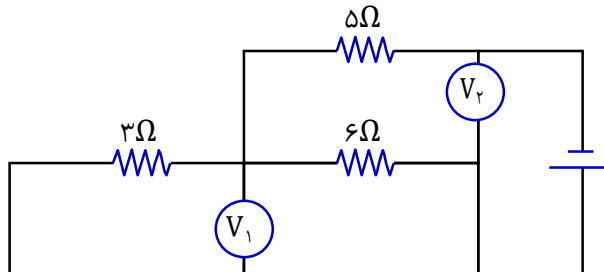
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۲ در مدار زیر، مجموع عددهایی که ولت‌سنج‌های آرمانی ۱ و ۲ نشان می‌دهند برابر ۵۴ ولت است. عددی که ولت‌سنج ۱ نشان می‌دهد چند ولت است؟ (باتری آرمانی است.)



۱۰ ①

۱۲ ②

۴۴ ③

۴۲ ④

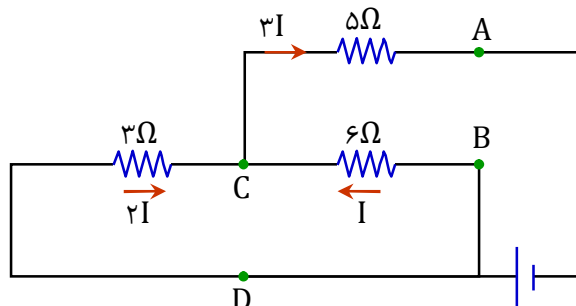
پاسخ

۲

میدانید

در تحلیل مداری که ولت‌سنج آرمانی دارد، به دلیل مقاومت بسیار زیاد آن می‌توان آن را حذف کرد و در مداری که آمپرسنج آرمانی دارد، به دلیل مقاومت بسیار کم آن می‌توان جای آن سیم آرمانی قرار داد.

مقاومت ولت‌سنج آرمانی بسیار زیاد است پس برای تحلیل مدار می‌توانیم آن را حذف کنیم و مدار به صورت زیر خواهد شد:



در این مدار دو مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی موازی و معادل آنها با ۵ اهمی سری است. اگر جریان مقاومت ۶ اهمی برابر I باشد، جریان مقاومت ۳ اهمی دو برابر آن است، زیرا در مقاومت‌های موازی

فیلم پاسخ



جریان‌ها متناسب با عکس نسبت مقاومت‌ها هستند و جریان مقاومت ۵ اهمی برابر $3I$ خواهد شد.

ولت‌سنج ۱، اختلاف پتانسیل دو نقطه C و D را نشان می‌دهد:

$$\Rightarrow V_1 = 6I = 3 \times 2I = 6I = \text{ولتاژ مقاومت } 3 \text{ اهمی} = V_1$$

ولت‌سنج ۲، اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را نشان می‌دهد:

$$\Rightarrow V_A + 5 \times 3I + 6I = V_B \Rightarrow V_r = V_B - V_A = 21I$$

$$V_1 + V_r = 54 \Rightarrow 6I + 21I = 54 \Rightarrow I = 2A$$

$$\Rightarrow V_1 = 12V$$

فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

ترکیب مقاومت‌ها

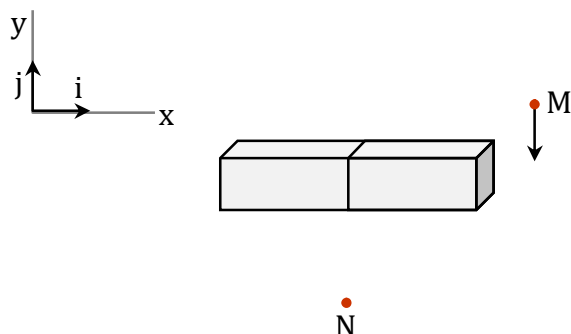
تحلیل مدارهای الکتریکی (توان / مدار ناقص / تغییر مقادیر مدار / ابزارهای اندازه‌گیری)

پیشرفته

مغناطیس و قطب‌های مغناطیسی / میدان مغناطیسی / نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی / نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مغناطیس و قطب‌های مغناطیسی / میدان مغناطیسی

۵۳ دو نقطه M و N در اطراف یک آهنربا مطابق شکل قرار دارند. اگر جهت میدان مغناطیسی در نقطه M در جهت $-\vec{j}$ باشد، جهت میدان در نقطه N کدام است؟



۱ $+\vec{i}$

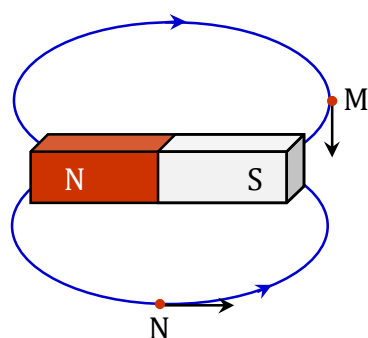
۲ $-\vec{i}$

۳ $+\vec{j}$

۴ $-\vec{j}$

پاسخ

۱ خطوط میدان در اطراف یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل است. با توجه به اینکه میدان در نقطه M به سمت پایین $(-\vec{j})$ است، پس جهت خطوط و قطب‌های آهنربا مطابق شکل خواهد بود. پس جهت میدان در نقطه N به سمت $(+\vec{i})$ خواهد بود:



فیلم پاسخ



فصل
فصل ۳: مغناطیس

واحد یادگیری

مغناطیس و قطب‌های مغناطیسی / میدان
مغناطیسی / نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
باردار متحرک در میدان مغناطیسی / نیروی
مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

زیرواحد یادگیری

نیروی وارد بر ذره باردار متحرک

حیطه شناختی

مقدماتی

۵۴ یک ذره باردار با بار $q = 1/5 \mu C$ به صورت عمود با تندی
 $2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شود و
نیروی به اندازه $6 \times 10^{-3} N$ به آن وارد می‌شود. اندازه میدان
مغناطیسی چند تسلا است؟

① 2×10^{-2}

② 2×10^{-3}

③ 4×10^{-2}

④ 4×10^{-3}

پاسخ

① اندازه نیروی وارد بر یک ذره باردار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = |q|vB\sin\theta$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-3} = 1/5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times B$$

$$\Rightarrow B = 2 \times 10^{-2} T$$

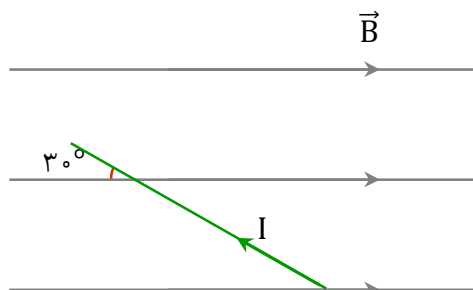
فیلم پاسخ



مغناطیس و قطب‌های مغناطیسی / میدان
مغناطیسی / نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
باردار متحرک در میدان مغناطیسی / نیروی
مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

نیروی وارد بر سیم حامل جریان

سیمی به طول ℓ درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ مطابق شکل قرار دارد. نیروی وارد بر این سیم برابر و در جهت است. $(\sin 30^\circ = \frac{1}{2})$



① $BI\ell$ ، درون‌سو

② $\frac{1}{2}BI\ell$ ، برون‌سو

③ $\frac{1}{2}BI\ell$ ، درون‌سو

④ $BI\ell$ ، برون‌سو

پاسخ

③ نیروی وارد بر سیم حامل جریان برابر است با $F = I\ell B \sin \theta$ و چون θ برابر 30° است، پس F برابر است با:

$$F = I\ell B \sin 30^\circ = \frac{1}{2}BI\ell$$

و جهت نیرو طبق قاعده دست راست درون‌سو است.

فیلم پاسخ



۵۶ کدام عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) یکی از مهم‌ترین و شاید دشوارترین مسئولیت هر دولت، تأمین غذای افراد جامعه است.

ب) شیر و فراورده‌های آن، منبع تأمین پروتئین و به ویژه کلسیم است.

پ) بدن ما برای انجام فعالیت‌های ارادی و غیرارادی گوناگون فقط به انرژی نیاز دارد.

ت) تنها راه آزاد شدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌هاست.

۱) الف و ت

۲) ب و پ

۳) پ و ت

۴) الف و ب

پاسخ

۳) عبارت‌های الف و ب درست و عبارت‌های پ و ت نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت پ) بدن ما برای انجام تمام فعالیت‌های خود به ماده و انرژی نیاز دارد.

عبارت ت) یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌هاست.

فیلم پاسخ



۵۷ ۲۰۰ mL محلول آبی رنگ مس (II) سولفات را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و آن را در دو ظرف مشابه ۱۰۰ mL می‌ریزیم؛ کدام ویژگی محلول اولیه تغییر می‌کند؟ (دمای محلول بعد از فرایند تقسیم ثابت می‌ماند).

الف) ظرفیت گرمایی
ب) ظرفیت گرمایی ویژه
پ) غلظت مولار
ت) میانگین انرژی جنبشی
ث) انرژی گرمایی

۱) ت و ث

۲) الف، ب و ث

۳) پ و ت

۴) الف و ث

پاسخ

۴

میدانید

ظرفیت گرمایی و انرژی گرمایی به مقدار ماده بستگی دارند. پس وقتی محلول به دو قسمت تقسیم می‌شود، مقدار این دو کمیت کاهش می‌یابد. اما غلظت مولار، ظرفیت گرمایی ویژه و میانگین انرژی جنبشی مستقل از مقدار ماده است.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

مقدمه / غذا، ماده و انرژی / دمای یک ماده

از چه خبر می‌دهد؟ / تهیه غذای آب‌پز،

تجربه تفاوت دما و گرما

زیرواحد یادگیری

ظرفیت گرمایی / گرمای ویژه

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۸ با توجه به جدول کدام مطلب درست است؟

ماده	آب	اتانول	نقره	طلا
گرمای ویژه (J.g ⁻¹ .°C ⁻¹)	۴/۲	۲/۴	۰/۲۴	۰/۱۲

۱) ظرفیت گرمایی ویژه ۱۰ گرم آب ۸/۷ برابر ظرفیت گرمایی ویژه ۲ گرم اتانول است.

۲) برای افزایش دمای ۵ گرم نقره به اندازه ۵°C به ۶kJ انرژی نیاز است.

۳) اگر به m گرم از مواد موجود در جدول [۱۰۰kJ انرژی بدهیم، میزان افزایش دمای طلا از سایر مواد کم تر است.

۴) ظرفیت گرمایی ۵ گرم آب از ظرفیت گرمایی ۵ گرم اتانول بیشتر است.

پاسخ

۴

میدانید

ظرفیت گرمایی ویژه به مقدار ماده بستگی ندارد.

ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد.

گزینه «۱»: نادرست:

$$\frac{c_{H_2O}}{c_{C_2H_5OH}} = \frac{4/2}{2/4} = 1/75$$

گزینه «۲»: نادرست:

$$Q = mc\Delta\theta = 5 \times 0/24 \times 5 = 6J$$

میدانید

هر چه ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده کم تر باشد تغییر دمای آن هنگام تغییر گرمای محیط بیشتر است.

گزینه «۳»: نادرست: ظرفیت گرمایی ویژه طلا نسبت به سایر مواد کم تر است پس تغییر دمای آن بیشتر است.

گزینه «۴»: درست: چون جرم ها برابر است ماده ای که ظرفیت گرمایی ویژه بیشتری دارد، طبق فرمول: $C = c_{ویژه} \times m$ ، ظرفیت گرمایی آن بیشتر است.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

مقدمه / غذا، ماده و انرژی / دمای یک ماده از چه خبر می دهد؟ / تهیه غذای آب پز، تجربه تفاوت دما و گرما

زیر واحد یادگیری

ظرفیت گرمایی / گرمای ویژه

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۹ پاسخ درست پرسش‌های الف و ب و پاسخ نادرست پرسش پ در کدام گزینه آمده است؟

آ) در فرایند سوختن متان، علامت ΔH مثبت است یا منفی؟
 ب) در هنگام نوشیدن یک لیوان شیر 60°C ، عمده انرژی موجود در شیر هنگام گوارش و سوخت‌وساز به بدن ما می‌رسد یا طی فرایند هم‌دما شدن شیر با بدن؟
 پ) در یک فرایند گرماده، فراورده‌ها پایدارترند یا واکنش‌دهنده‌ها؟

- ۱) مثبت - هم‌دما شدن - واکنش‌دهنده‌ها
- ۲) منفی - گوارش و سوخت‌وساز - واکنش‌دهنده‌ها
- ۳) منفی - گوارش و سوخت‌وساز - فراورده‌ها
- ۴) مثبت - گوارش و سوخت‌وساز - فراورده‌ها

پاسخ

۲

میدانید

تمام فرایندهای اکسایش و سوختن، گرماده هستند و علامت ΔH در آن‌ها منفی است.

بدانید

هنگام نوشیدن شیر داغ، بدن ما بیشتر انرژی را هنگام سوخت‌وساز و گوارش کسب می‌کند.

میدانید

در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است و فراورده‌ها پایدارتر هستند.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی، همان محتوای انرژی است / آنتالپی

پیوند و میانگین آن / آنتالپی پیوند، راهی

برای تعیین ΔH واکنش

زیرواحد یادگیری

آنتالپی و مفهوم آن

حیطه شناختی

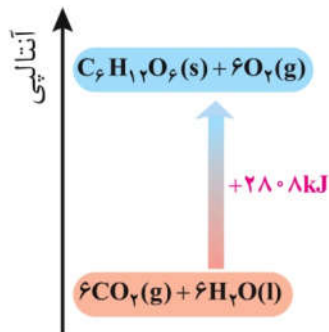
پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۰ در واکنش فتوسنتز اگر $\frac{3}{2}$ گرم گاز اکسیژن تولید شود چند کیلوژول انرژی در واکنش مبادله می‌شود؟

($O = 16: g. mol^{-1}$)



۱ ۴۶/۸kJ

۲ ۴۶۸kJ

۳ ۱۱۰/۸kJ

۴ ۱۱۰۸kJ

پاسخ

۱ با توجه به نمودار، به ازای تولید ۶ مول گاز اکسیژن $2808kJ$ گرما مصرف می‌شود.

$$? kJ = \frac{3}{2} g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} \times \frac{2808 kJ}{6 mol O_2} = 46/8 kJ$$

شیمی

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

جاری شدن انرژی گرمایی / گرما در

واکنش‌های شیمیایی (گرماشیمی)

زیر واحد یادگیری

گرما در واکنش‌های شیمیایی

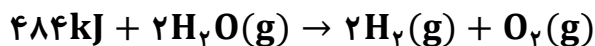
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۱ در واکنش تجزیه آب، اگر حالت فیزیکی آب مایع شود و گرمای تبخیر مولی آب، $44/1 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد، گرمای مبادله شده در واکنش چند kJ خواهد بود؟



۱ $-572/2$

۲ $-395/8$

۳ $+572/2$

۴ $+395/8$

پاسخ

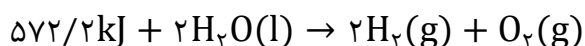
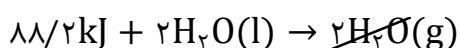
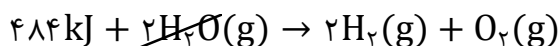
۳

بدانید

اغلب واکنش‌های تجزیه گرماگیر هستند و علامت گرما در آن‌ها مثبت است.

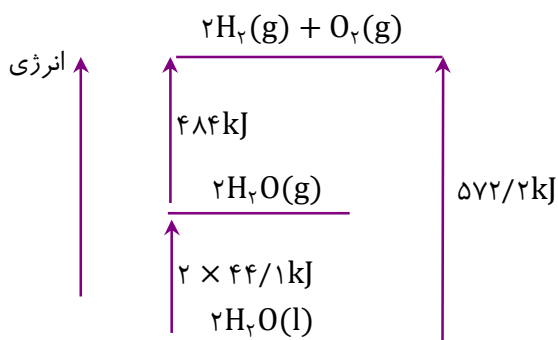
$$? \text{ kJ} = 2 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{44/1 \text{ kJ}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 88/2 \text{ kJ} \text{ گرمای تبخیر ۲ مول آب}$$



میدانید

آب برای تبخیر شدن انرژی می‌گیرد پس این گرما به گرمای مصرف شده هنگام تجزیه آب اضافه می‌شود.
با نمودار هم می‌توانیم گرمای مبادله شده را نشان دهیم.



فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

جاری شدن انرژی گرمایی / گرما در واکنش‌های شیمیایی (گرماشیمی)

زیرواحد یادگیری

گرما در واکنش‌های شیمیایی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۲ در چند مورد از موارد زیر Q سمت فراورده‌ها قرار داده می‌شود؟

الف) تبخیر آب

ب) سوختن هیدروژن

ت) تصعید یخ خشک

ث) تولید آمونیاک به روش هابر

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

پاسخ

۲

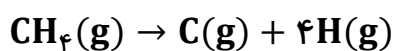
میدانید

تولید آمونیاک به روش هابر و از طریق واکنش هیدرازین با هیدروژن و انواع سوختن گرماده است و Q باید سمت فراورده‌ها قرار داده شود. ذوب، تبخیر و تصعید گرماگیر هستند و Q باید سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار داده شود.

فیلم پاسخ



۶۳ اگر میانگین آنتالپی پیوند $C-H$ ، $415 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد، آنتالپی واکنش زیر چند کیلوژول است؟



① -1660 kJ

② -415 kJ

③ $+415 \text{ kJ}$

④ $+1660 \text{ kJ}$

پاسخ

۴

میدانید

چون واکنش، شکستن پیوندهای متان است باید علامت آنتالپی، مثبت باشد.

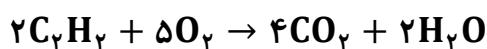
در ساختار متان ۴ پیوند $C-H$ وجود دارد پس:

$$? \text{ kJ} = 4 \text{ mol } C-H \times \frac{+415 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C-H} = +1660 \text{ kJ}$$

فیلم پاسخ



۶۴ با استفاده از جدول زیر، ΔH واکنش داده شده چند کیلوژول است؟



پیوند	$C \equiv C$	$C - H$	$C = O$	$O - H$	$O = O$
میانگین آنتالپی (kJ. mol ⁻¹)	۸۳۹	۴۱۵	۸۰۰	۴۶۰	۴۹۵

① +۲۴۲۷

② +۱۲۱۳

③ -۲۴۲۷

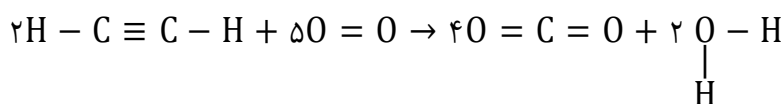
④ -۱۲۱۳

پاسخ

۳

بدانید

برای محاسبه ΔH واکنش به کمک آنتالپی پیوند ابتدا بهتر است ساختار لوویس یا فرمول ساختاری مواد شرکت کننده در واکنش را درست رسم کنید.



بدانید

برای رسم درست فرمول ساختاری مواد می‌توانید از داده‌های جدول تا حد زیادی کمک بگیرید.

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد واکنش دهنده} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد فراورده} \end{array} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [4\Delta H(C - H) + 2\Delta H(C \equiv C) + 5\Delta H(O = O)] - [8\Delta H(C = O) + 4\Delta H(O - H)]$$

$$\Delta H = [(4 \times 415) + (2 \times 839) + (5 \times 495)] - [(8 \times 800) + (4 \times 460)] = -2427 \text{ KJ}$$

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی، همان محتوای انرژی است / آنتالپی

پیوند و میانگین آن / آنتالپی پیوند، راهی

برای تعیین ΔH واکنش

زیرواحد یادگیری

محاسبه ΔH با آنتالپی پیوند

حیطه شناختی

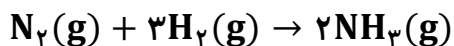
مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۵ اگر انرژی لازم برای شکستن پیوند در ۱ g از گازهای هیدروژن و نیتروژن به ترتیب ۲۱۸ و ۳۳/۷۵ کیلوژول باشد و آنتالپی پیوند $N-H$ ، $390 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد، آنتالپی واکنش زیر چند است؟

$$(N = 14: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



$$+92 \text{ kJ} \quad ①$$

$$-92 \text{ kJ} \quad ②$$

$$+87 \text{ kJ} \quad ③$$

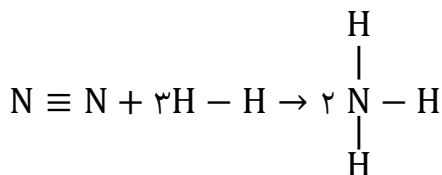
$$-87 \text{ kJ} \quad ④$$

پاسخ

۴

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{218 \text{ kJ}}{1 \text{ g } H_2} = 436 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } N_2 \times \frac{28 \text{ g } N_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{33.75 \text{ kJ}}{1 \text{ g } N_2} = 945 \text{ kJ}$$



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد واکنش دهنده} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد فراورده} \end{array} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\Delta H(N \equiv N) + 3\Delta H(H - H)] - [6\Delta H(N - H)]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = (945 + 3 \times 436) - (6 \times 390) = -87 \text{ kJ}$$

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی، همان محتوای انرژی است / آنتالپی

پیوند و میانگین آن / آنتالپی پیوند، راهی

برای تعیین ΔH واکنش

زیر واحد یادگیری

محاسبه ΔH با آنتالپی پیوند

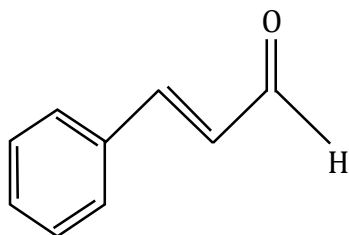
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۶ در مورد ترکیب زیر چند مورد نادرست است؟



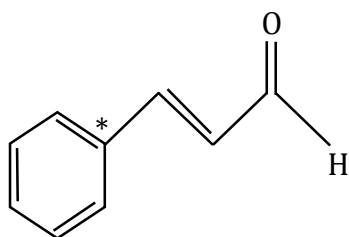
- در ساختار این ترکیب ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.
- در ساختار این ترکیب دو کربن وجود دارد که هیدروژن به آن‌ها متصل نیست.
- این ترکیب در زردچوبه وجود دارد.
- گروه عاملی این ترکیب در ترکیب موجود در بادام هم وجود دارد.
- یک ترکیب آروماتیک است.

- ۱ ۲
۲ ۳
۳ ۴
۴ ۵

پاسخ

۲ بررسی عبارت‌ها:

- عبارت اول: نادرست است؛ فرمول این ترکیب C_9H_8O است.
- عبارت دوم: نادرست است؛ ظرفیت کربن چهار است پس فقط کربن مشخص شده در ساختار ترکیب، هیدروژن ندارد.



عبارت سوم: نادرست است؛ این ترکیب در دارچین وجود دارد.

میدانید

ترکیب موجود در بادام، بنزالدهید است.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی، همان محتوای انرژی است / آنتالپی پیوند و میانگین آن / آنتالپی پیوند، راهی برای تعیین ΔH واکنش

زیرواحد یادگیری

گروه‌های عاملی (آلدهیدی، کتونی، اتری، الکلی)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



عبارت چهارم: درست است؛ ترکیب موجود در بادام مانند ترکیب موجود در دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است.

عبارت پنجم: درست است؛ این ترکیب یک حلقه بنزنی دارد.

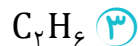
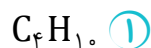


هر ترکیبی که حداقل یک حلقه بنزن داشته باشد، آروماتیک است.

آنتالپی، همان محتوای انرژی است / آنتالپی پیوند و میانگین آن / آنتالپی پیوند، راهی برای تعیین ΔH واکنش

گروه‌های عاملی (آلدهیدی، کتونی، اتری، الکلی)

۶۷ ارزش سوختی کدام هیدروکربن از سایرین بیشتر است؟



پاسخ

۴

بدانید

در مقایسه ارزش سوختی هیدروکربن‌ها (از یک خانواده) به شمار اتم‌های کربن در فرمول مولکولی توجه می‌کنیم، هر چه شمار اتم‌های کربن در فرمول مولکولی کم‌تر باشد، گرمای حاصل از سوختن یک گرم آن (ارزش سوختی) بیشتر است. ترکیب‌های داده شده همگی آلکان هستند، بنابراین ارزش سوختی CH_4 که کمترین شمار اتم‌های کربن را دارد، از بقیه بیشتر است.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی سوختن / جمع‌پذیری گرمای

واکنش‌ها، قانون هس

زیرواحد یادگیری

آنتالپی سوختن

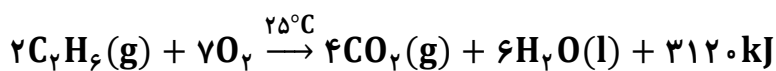
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۸ با توجه به واکنش داده شده چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



الف) آنتالپی سوختن اتان، $-1560 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

ب) آنتالپی سوختن اتن از آنتالپی سوختن اتان بیشتر است.

پ) آنتالپی سوختن متان از آنتالپی سوختن اتان کم‌تر است چون جرم مولی آن کم‌تر است.

ت) در واکنش سوختن اتان به ازای تولید ۱ مول کربن دی‌اکسید، 780°C کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

پاسخ

۳ بررسی گزینه‌ها:

میدانید

آنتالپی سوختن به‌ازای سوختن ۱ مول از هر ماده تعریف می‌شود.

الف) درست

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{-3120 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } C_2H_6} = -1560 \text{ kJ}$$

بدانید

اگر تعداد کربن‌ها در یک سری ترکیبات آلی برابر باشد رابطه زیر بین آنتالپی سوختن آن‌ها برقرار است.

آلکین‌ها > آلکل‌ها > آلکن‌ها > آلکان‌ها : آنتالپی سوختن

ب) نادرست

میدانید

در یک خانواده، هر چه جرم مولی بیشتر باشد گرمای سوختن بیشتر است.

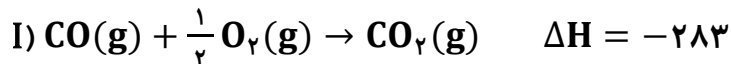
پ) درست

ت) درست

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{-312 \text{ kJ}}{4 \text{ mol CO}_2} = -78 \text{ kJ}$$

عبارت منفی نشان دهنده آزاد شدن انرژی است.

۶۹ با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی I و II، ΔH واکنش زیر چند کیلوژول است؟



۱) -464

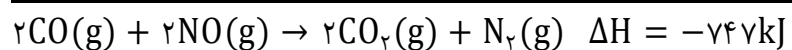
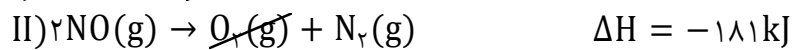
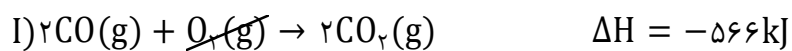
۲) -747

۳) $+464$

۴) $+747$

پاسخ

۲ ماده مشترک در واکنش (I) و واکنش اصلی، CO است، پس واکنش معادله (I) را در ۲ ضرب می‌کنیم. ماده مشترک واکنش اصلی و واکنش (II)، NO است، پس معادله واکنش (II) را برعکس می‌کنیم.



فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی سوختن / جمع‌پذیری گرمای

واکنش‌ها، قانون هس

زیرواحد یادگیری

محاسبه ΔH با قانون هس

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۷۰. با توجه به شکل زیر کدام عبارت نادرست است؟



- ۱ این شکل گرماسنج لیوانی را نشان می‌دهد.
- ۲ به کمک آن می‌توان گرمای واکنش در فشار ثابت را اندازه گرفت.
- ۳ این دستگاه را می‌توان با استفاده از چند لیوان یک‌بار مصرف درست کرد.
- ۴ از این گرماسنج برای اندازه‌گیری گرمای سوختن متان می‌توان استفاده کرد.

پاسخ

۴

میدانید

گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.

فصل

فصل ۲: در پی غذای سالم

واحد یادگیری

آنتالپی سوختن / جمع‌پذیری گرمای

واکنش‌ها، قانون هس

زیرواحد یادگیری

گرماسنجی مستقیم / گرماسنج لیوانی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ

